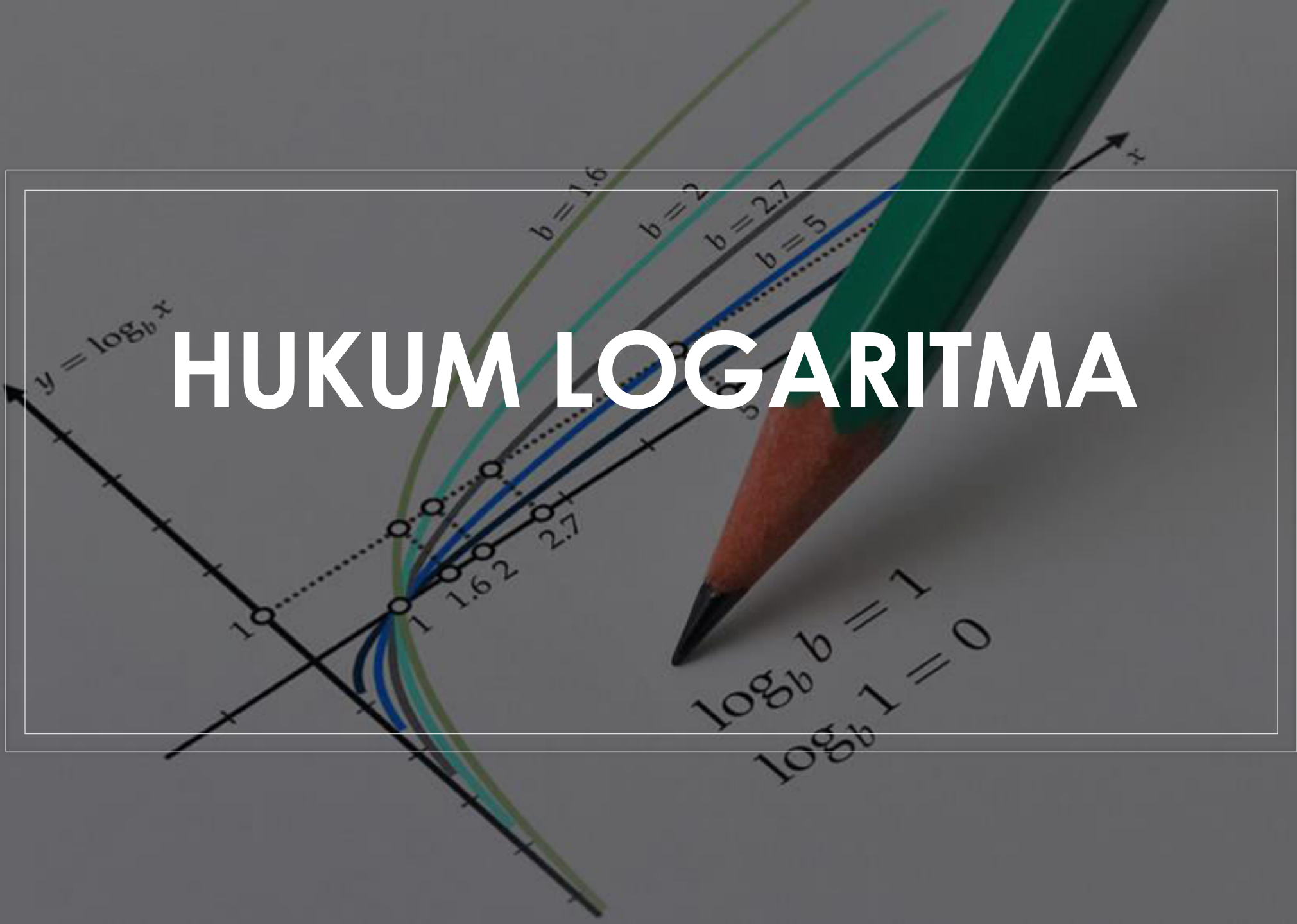




BAB 4 INDEKS, SURD DAN LOGARITMA BAHAGIAN 2

Matematik Tambahan Tingkatan 4 KSSM
Oleh Cikgu Norazila Binti Khalid
Smk Ulu Tiram, Johor



Jika $a^m = a^n$ maka, $m = n$

Jika $a^m = b^m$ maka, $a = b$

MENGHUBUNGKAITKAN PERSAMAAN DALAM BENTUK
INDEKS DENGAN BENTUK LOGARITMA DAN MENENTUKAN
NILAI LOGARITMA SESUATU NOMBOR

$$\log_a N = x \Leftrightarrow N = a^x \text{ dengan } a > 0 \text{ dan } a \neq 1$$

Daripada takrifan di atas, dapat disimpulkan bahawa:

$$a^0 = 1 \Leftrightarrow \log_a 1 = 0 \quad \text{dan} \quad a^1 = a \Leftrightarrow \log_a a = 1$$

Maka, untuk sebarang nombor nyata, $a > 0$ dan $a \neq 1$, pernyataan berikut adalah benar.

$$\begin{aligned} \log_a 1 &= 0 \\ \log_a a &= 1 \end{aligned}$$

**MENGHUBUNGKAITKAN
PERSAMAAN DALAM
BENTUK INDEKS DENGAN
BENTUK LOGARITMA
DAN MENENTUKAN NILAI
LOGARITMA SESUATU
NOMBOR**

$\log_a N$ tertakrif jika $N > 0$ dan $a > 0, a \neq 1$

Contohnya, $\log_7 0$, $\log_{10} (-10)$, $\log_0 2$ dan $\log_1 13$ tidak tertakrif.

Asas bagi logaritma mestilah bernilai positif. Biasanya, 1 tidak digunakan sebagai asas kerana $1^n = 1$ bagi sebarang nilai n .

Jika diberi nilai logaritma biasa bagi suatu nombor, nombor itu boleh dicari dengan menggunakan kalkulator saintifik. Nombor itu dinamakan sebagai **antilogaritma** atau ringkasnya **antilog**.

Jika $\log_{10} N = x$, maka $\text{antilog } x = N$

**MENGHUBUNGKAITKAN
PERSAMAAN DALAM
BENTUK INDEKS DENGAN
BENTUK LOGARITMA
DAN MENENTUKAN NILAI
LOGARITMA SESUATU
NOMBOR**

Indeks nombor kuasa merupakan nilai logaritma

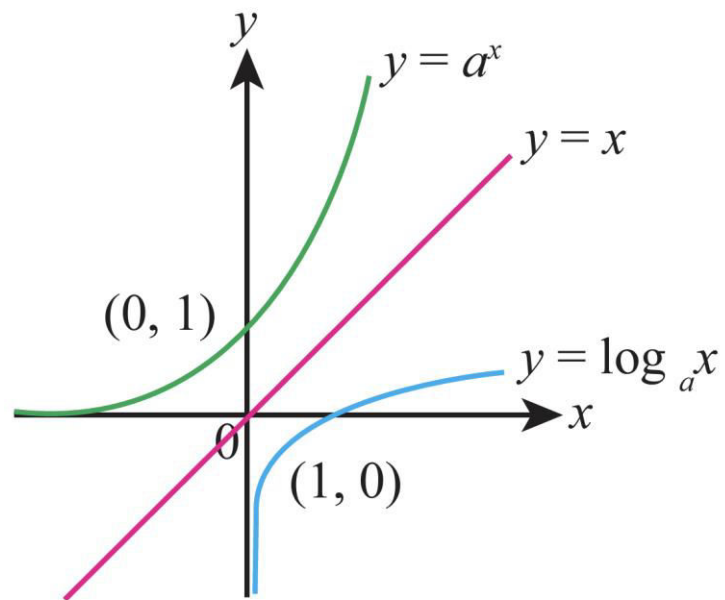
Diberi $16 = 2^4$ maka $\log_2 16 = 4$

Asas nombor kuasa adalah asas logaritma

Sebaliknya, kita juga boleh menukar satu persamaan dalam bentuk logaritma kepada bentuk indeks.

Jika $\log_2 16 = 4$, maka $16 = 2^4$

**MENGHUBUNGKAITKAN
PERSAMAAN DALAM
BENTUK INDEKS DENGAN
BENTUK LOGARITMA
DAN MENENTUKAN NILAI
LOGARITMA SESUATU
NOMBOR**



Jika $f: x \rightarrow a^x$, maka $f^{-1}: x \rightarrow \log_a x$

Oleh itu,

$y = \log_a x$ ialah songsangan bagi $a^y = x$

MENGHUBUNGKAITKAN PERSAMAAN DALAM BENTUK INDEKS DENGAN BENTUK LOGARITMA DAN MENENTUKAN NILAI LOGARITMA SESUATU NOMBOR

Contoh 19

Tukarkan $2^4 = 16$ kepada bentuk logaritma.

Penyelesaian

$$2^4 = 16$$

$$\log_2 16 = 4$$

Contoh 20

Tukarkan $\log_3 27 = 3$ kepada bentuk indeks.

Penyelesaian

$$\log_3 27 = 3$$

$$3^3 = 27$$



Contoh 21

Cari nilai bagi setiap yang berikut.

(a) $\log_{10} 7$

(b) $\log_{10} 79$

(c) $\log_{10} \left(\frac{3}{4}\right)^3$

Penyelesaian

(a) $\log_{10} 7 = 0.8451$

(b) $\log_{10} 79 = 1.8976$

(c) $\log_{10} \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \log_{10} \left(\frac{27}{64}\right)$
 $= -0.3748$

Q&A

Contoh 22

Cari nilai setiap yang berikut.

(a) $\log_5 625$

(b) $\log_6 7\,776$

Penyelesaian

(a) Katakan, $\log_5 625 = x$

$$5^x = 625$$

$$5^x = 5^4$$

$$x = 4$$

Maka, $\log_5 625 = 4$

Katakan, $\log_6 7\,776 = y$

$$6^y = 7\,776$$

$$6^y = 6^5$$

$$y = 5$$

Maka, $\log_6 7\,776 = 5$

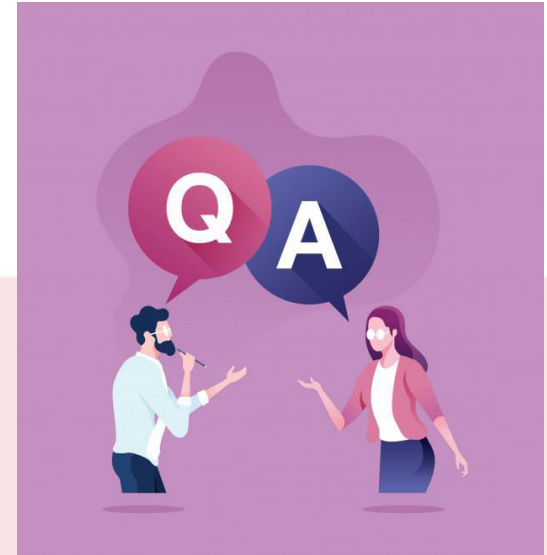
Contoh 23

- (a) Cari nilai x jika $\log_5 x = 3$.
(b) Cari nilai y jika $\log_3 y = 4$.

Penyelesaian

(a) $\log_5 x = 3$
 $x = 5^3$
 $x = 125$

(b) $\log_3 y = 4$
 $y = 3^4$
 $y = 81$





Contoh 24

Cari nilai bagi setiap yang berikut.

(a) antilog 0.1456

(b) antilog (-0.3976)

Penyelesaian

(a) antilog 0.1456 = 1.3983

(b) antilog $(-0.3976) = 0.4003$

Latih Diri 4.9

1. Tukarkan yang berikut kepada bentuk logaritma.

(a) $3^4 = 81$

(b) $2^7 = 128$

(c) $5^3 = 125$

(d) $6^3 = 216$

2. Tukarkan yang berikut kepada bentuk indeks.

(a) $\log_{10} 10\,000 = 4$

(b) $\log_{10} 0.0001 = -4$

(c) $\log_2 128 = 7$

(d) $\log_4 64 = 3$



3. Cari nilai bagi setiap yang berikut.

(a) $\log_{10} 9$

(b) $\log_{10} 99$

(c) $\log_{10} \left(\frac{5}{6}\right)^3$

(d) $\log_2 64$

(e) $\log_3 81$

(f) $\log_4 256$

(g) $\log_{10} 100\,000$

4. Selesaikan persamaan berikut.

(a) $\log_2 x = 5$

(b) $\log_8 x = 3$

(c) $\log_2 x = 8$

5. Cari nilai bagi setiap yang berikut.

(a) antilog 2.1423

(b) antilog 1.3923

(c) antilog 3.7457

(d) antilog (-3.3923)

(e) antilog (-2.5676)

(f) antilog (-4.5555)

Jika a , x dan y ialah positif dan $a \neq 1$, maka

(a) $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

(Hukum hasil darab)

(b) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

(Hukum hasil bahagi)

(c) $\log_a x^n = n \log_a x$ untuk sebarang nombor nyata n

(Hukum kuasa)

MEMBUKTIKAN HUKUM LOGARITMA

MEMBUKTIKAN HUKUM LOGARITMA

(a) $xy = a^p \times a^q = a^{p+q}$

Maka, $\log_a xy = p + q$ ← Daripada takrifan logaritma

$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ ← Gantikan $p = \log_a x$ dan $q = \log_a y$

(b) $\frac{x}{y} = \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$

Maka, $\log_a \frac{x}{y} = p - q$ ← Daripada takrifan logaritma

$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ ← Gantikan $p = \log_a x$ dan $q = \log_a y$

(c) $x^n = (a^p)^n = a^{pn}$

Maka, $\log_a x^n = pn$ ← Daripada takrifan logaritma

$\log_a x^n = n \log_a x$ ← Gantikan $p = \log_a x$

Contoh 25

Diberi $\log_5 15 = 1.6826$ dan $\log_5 4 = 0.8614$. Cari nilai bagi setiap yang berikut.

(a) $\log_5 60$ (b) $\log_5 12$ (c) $\log_5 100$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a) } \log_5 60 &= \log_5 (15 \times 4) \\ &= \log_5 15 + \log_5 4 \\ &= 1.6826 + 0.8614 \\ &= 2.544 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } \log_5 12 &= \log_5 \left(\frac{60}{5} \right) \\ &= \log_5 60 - \log_5 5 \leftarrow \log_a a^x = x \\ &= 2.544 - 1 \\ &= 1.544 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c) } \log_5 100 &= \log_5 (25 \times 4) \\ &= \log_5 25 + \log_5 4 \\ &= \log_5 5^2 + \log_5 4 \\ &= 2 \log_5 5 + 0.8614 \\ &= 2 + 0.8614 \\ &= 2.861 \end{aligned}$$



Latih Diri 4.10

1. Diberi bahawa $\log_7 4 = 0.712$ dan $\log_7 5 = 0.827$. Nilaikan setiap yang berikut.

(a) $\log_7 1\frac{1}{4}$

(b) $\log_7 28$

(c) $\log_7 100$

(d) $\log_7 0.25$

2. Nilaikan setiap yang berikut tanpa menggunakan kalkulator.

(a) $\log_3 21 + \log_3 18 - \log_3 14$

(b) $2 \log_4 2 - \frac{1}{2} \log_4 9 + \log_4 12$

(c) $\log_2 7 + \log_2 12 - \log_2 21$



Contoh 27

Ungkapkan setiap yang berikut sebagai satu logaritma tunggal.

(a) $\log_a x + 3 \log_a y$ (b) $2 \log_a x - \frac{1}{2} \log_a y$ (c) $2 \log_3 x + \log_3 y - 1$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \log_a x + 3 \log_a y &= \log_a x + \log_a y^3 \\ &= \log_a xy^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad 2 \log_a x - \frac{1}{2} \log_a y &= \log_a x^2 - \log_a y^{\frac{1}{2}} \\ &= \log_a \frac{x^2}{\sqrt{y}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad 2 \log_3 x + \log_3 y - 1 &= \log_3 x^2 + \log_3 y - \log_3 3 \\ &= \log_3 \frac{x^2 y}{3} \end{aligned}$$

Contoh 28

Jika $p = \log_b 2$, $q = \log_b 3$ dan $r = \log_b 5$, tuliskan yang berikut dalam sebutan p , q dan/atau r .

(a) $\log_b 6$

(b) $\log_b 45$

(c) $\log_b 0.2222\dots$

(d) $\log_b \left(\frac{5\sqrt{3}}{2} \right)$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a) } \log_b 6 &= \log_b (2 \times 3) \\ &= \log_b 2 + \log_b 3 \\ &= p + q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } \log_b 45 &= \log_b (9 \times 5) \\ &= \log_b 3^2 + \log_b 5 \\ &= 2 \log_b 3 + \log_b 5 \\ &= 2q + r \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{(c) } \log_b 0.2222\dots &= \log_b \frac{2}{9} \\ &= \log_b 2 - \log_b 9 \\ &= \log_b 2 - \log_b 3^2 \\ &= \log_b 2 - 2 \log_b 3 \\ &= p - 2q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(d) } \log_b \left(\frac{5\sqrt{3}}{2} \right) &= \log_b 5 + \log_b \sqrt{3} - \log_b 2 \\ &= \log_b 5 + \frac{1}{2} \log_b 3 - \log_b 2 \\ &= r + \frac{1}{2} q - p \end{aligned}$$



ANSWER

Latih Diri 4.11

1. Tuliskan ungkapan berikut sebagai logaritma tunggal.

(a) $\log_2 x + \log_2 y^2$

(b) $\log_b x - 3 \log_b y$

(c) $\log_2 x + 3 \log_2 y$

(d) $\frac{1}{2} \log_4 x + 2 - 3 \log_4 y$

(e) $\log_3 m^4 + 2 \log_3 n - \log_3 m$

2. Jika diberi $\log_2 3 = p$ dan $\log_2 5 = q$, ungkapkan setiap yang berikut dalam sebutan p dan q .

(a) $\log_2 10$

(b) $\log_2 45$

(c) $\log_2 \sqrt{15}$





Membuktikan hubungan $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ dan menentukan logaritma suatu nombor

Jika a, b dan c ialah nombor positif, $a \neq 1$ dan $c \neq 1$,
maka $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Pembuktian bagi pernyataan di atas adalah seperti berikut:

Andaikan $\log_a b = x$, maka, $a^x = b$.

$$\log_c a^x = \log_c b$$

Ambil logaritma asas c pada kedua-dua belah persamaan

$$x \log_c a = \log_c b$$

$$x = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Hukum kuasa logaritma

$$\text{Maka, } \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Secara khususnya:

$$\text{Jika } b = c, \text{ maka } \log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a}$$



Contoh 29

Cari nilai yang berikut dengan menukarkan asasnya kepada 10.

(a) $\log_{30} 4$

(b) $\log_2 0.45$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a) } \log_{30} 4 &= \frac{\log_{10} 4}{\log_{10} 30} \\ &= \frac{0.6021}{1.4771} \\ &= 0.408 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } \log_2 0.45 &= \frac{\log_{10} 0.45}{\log_{10} 2} \\ &= \frac{-0.3468}{0.3010} \\ &= -1.152 \end{aligned}$$

Contoh 30

Tukarkan setiap yang berikut kepada logaritma jati dan nilaikan.

(a) $\log_6 254$

(b) $\log_{30} 4$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a) } \log_6 254 &= \frac{\log_e 254}{\log_e 6} \\ &= \frac{\ln 254}{\ln 6} \\ &= \frac{5.5373}{1.7918} \\ &= 3.090 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } \log_{30} 4 &= \frac{\log_e 4}{\log_e 30} \\ &= \frac{\ln 4}{\ln 30} \\ &= \frac{1.3863}{3.4012} \\ &= 0.408 \end{aligned}$$

Contoh 31

Diberi $\log_5 x = p$, ungkapkan setiap yang berikut dalam sebutan p .

(a) $\log_{25} x$

(b) $\log_x 25x^3$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a) } \log_{25} x &= \frac{\log_5 x}{\log_5 25} \\ &= \frac{p}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } \log_x 25x^3 &= \frac{\log_5 25x^3}{\log_5 x} \\ &= \frac{\log_5 5^2 + \log_5 x^3}{p} \\ &= \frac{2 \log_5 5 + 3 \log_5 x}{p} \\ &= \frac{2 + 3p}{p} \end{aligned}$$

Latih Diri 4.12

1. Nilaikan setiap yang berikut dengan menukarkan asasnya kepada asas 10.
(a) $\log_3 22$ (b) $\log_6 1.32$ (c) $\log_5 18$ (d) $\log_4 0.815$
2. Tukarkan setiap yang berikut kepada logaritma jati dan nilaikan.
(a) $\log_7 225$ (b) $\log_9 324$ (c) $\log_{20} 379$
3. Diberi $\log_3 2 = t$, ungkapkan setiap yang berikut dalam sebutan t .
(a) $\log_2 9$ (b) $\log_9 8$ (c) $\log_2 18$ (d) $\log_2 \frac{9}{4}$
4. Jika $\log_2 m = a$ dan $\log_2 n = b$, ungkapkan setiap yang berikut dalam sebutan a dan b .
(a) $\log_4 m^2 n^3$ (b) $\log_8 \frac{m}{n^2}$ (c) $\log_{mn} 8n$

Contoh 32

Selesaikan persamaan $3^{x-4} = 50^{x-3}$.

Penyelesaian

$$3^{x-4} = 50^{x-3}$$

$$(x-4) \log 3 = (x-3) \log 50 \leftarrow \text{Ambil logaritma asas 10}$$

$$x \log 3 - 4 \log 3 = x \log 50 - 3 \log 50 \leftarrow \log_{10} a = \log a$$

$$x \log 3 - x \log 50 = -3 \log 50 + 4 \log 3$$

$$x (\log 3 - \log 50) = -3 \log 50 + 4 \log 3$$

$$x = \frac{-3 \log 50 + 4 \log 3}{\log 3 - \log 50}$$

$$= 2.610$$

Contoh 33

Selesaikan persamaan logaritma jati berikut.

(a) $\ln(4x - 2) = 5$

(b) $10e^{2x} = 35$

Penyelesaian

(a) $\ln(4x - 2) = 5$

$$\log_e(4x - 2) = 5$$

$$e^5 = 4x - 2$$

$$148.4132 = 4x - 2$$

$$4x = 150.4132$$

$$x = \frac{150.4132}{4}$$

$$= 37.603$$

(b) $10e^{2x} = 35$

$$e^{2x} = 3.5$$

$$\ln e^{2x} = \ln 3.5$$

$$2x \ln e = \ln 3.5 \leftarrow \ln e = 1$$

$$2x = \ln 3.5$$

$$x = \frac{\ln 3.5}{2}$$

$$= 0.626$$

Contoh 34

APLIKASI MATEMATIK

Suhu sebungkah besi meningkat daripada 30°C kepada $T^{\circ}\text{C}$ apabila dipanaskan selama x saat.

Diberi $T = 30(1.2)^x$, cari

- suhu bongkah besi itu apabila dipanaskan selama 10.4 saat,
- masa, x , dalam saat, yang diambil untuk meningkatkan suhu bongkah besi tersebut daripada 30°C kepada $1\ 500^{\circ}\text{C}$.



Penyelesaian

1. Memahami masalah

- ◆ Diberi rumus $T = 30(1.2)^x$
- ◆ Suhu meningkat daripada 30°C kepada $T^{\circ}\text{C}$.
- ◆ Cari T apabila $x = 10.4$ saat
- ◆ Cari x apabila suhu besi meningkat daripada 30°C kepada $1\ 500^{\circ}\text{C}$.

2. Merancang strategi

- ◆ Gantikan nilai x ke dalam rumus untuk mencari nilai T .
- ◆ Gantikan nilai T ke dalam rumus untuk mencari nilai x .

3. Melaksanakan strategi

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad T &= 30(1.2)^x \\ &= 30(1.2)^{10.4} \\ &= 199.8^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Maka, suhu besi selepas 10.4 saat ialah 199.8°C .

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad T &= 30(1.2)^x \\ 1\,500 &= 30(1.2)^x \\ \frac{1\,500}{30} &= (1.2)^x \\ 50 &= (1.2)^x \\ \log 50 &= x \log 1.2 \\ x &= \frac{\log 50}{\log 1.2} \\ &= 21.4567 \end{aligned}$$

Maka, masa yang diambil oleh bongkah besi itu untuk mencapai suhu $1\,500^\circ\text{C}$ ialah 21.4567 saat.

4. Membuat refleksi

(a) Apabila $T = 199.8^\circ\text{C}$, maka

$$199.8 = 30(1.2)^x$$

$$\frac{199.8}{30} = (1.2)^x$$

$$6.66 = (1.2)^x$$

$$\log 6.66 = x \log 1.2$$

$$x = \frac{\log 6.66}{\log 1.2}$$

$$= 10.4 \text{ saat}$$

(b) Apabila $x = 21.4567$ saat, maka

$$T = 30(1.2)^{21.4567}$$

$$\approx 1\,500^\circ\text{C}$$



Latih Diri 4.13

1. Selesaikan persamaan yang berikut dengan memberikan jawapan betul kepada tiga tempat perpuluhan.

(a) $4^{2x-1} = 7^x$

(b) $5^{2x-1} = 79^{x-1}$

(c) $7^{3x-1} = 50^x$

2. Selesaikan persamaan berikut menggunakan logaritma jati. Berikan jawapan betul kepada tiga tempat perpuluhan.

(a) $\ln(5x + 2) = 15$

(b) $30e^{2x+3} = 145$

(c) $5e^{3x-4} = 35$

(d) $\ln(3x - 2) = 4$

(e) $41 - e^{2x} = 5$

(f) $\ln(x + 1)^2 = 4$

3. Harga sebuah rumah selepas n tahun diberi oleh $\text{RM}260\,000\left(\frac{9}{8}\right)^n$. Cari bilangan tahun minimum supaya harga rumah tersebut lebih daripada $\text{RM}300\,000$ buat kali pertama.

4. Jumlah simpanan sebuah syarikat selepas n tahun diberi oleh $\text{RM}2\,000(1 + 0.07)^n$. Cari bilangan tahun minimum supaya jumlah simpanannya melebihi $\text{RM}4\,000$.
5. Selepas n tahun, wang Encik Chong di sebuah bank menjadi $\text{RM}4\,000(1.1)^n$. Hitung bilangan tahun supaya wang Encik Chong melebihi $\text{RM}5\,100$ buat kali pertama.
6. Tekanan udara, dalam Hg, bagi ketinggian 10 km di atas paras laut diberi oleh $P = 760e^{-0.125h}$, dengan h ialah ketinggian, dalam km, dan $e = 2.718$. Cari ketinggian di atas paras laut jika tekanan pada ketinggian tersebut ialah 380 mm Hg.



Latihan Intensif 4.3

Imbas kod QR atau layari bit.ly/330zUmc untuk kuiz



1. Diberi $\log_5 3 = 0.683$ dan $\log_5 7 = 1.209$. Tanpa menggunakan kalkulator atau buku sifir empat angka, kira $\log_5 1$ dan $\log_7 75$.
2. Diberi $\log_a 3 = x$ dan $\log_a 5 = y$, ungkapkan $\log_a \left(\frac{45}{a^3}\right)$ dalam sebutan x dan y .
3. Cari nilai bagi $\log_4 8 + \log_r \sqrt{r}$.
4. Tanpa menggunakan kalkulator atau buku sifir empat angka, permudahkan $\frac{\log_{12} 49 \times \log_{64} 12}{\log_{16} 7}$.
5. Diberi $\log_{10} x = 2$ dan $\log_{10} y = -1$, buktikan $xy - 100y^2 = 9$.
6. Diberi $\log_5 2 = m$ dan $\log_5 7 = p$, ungkapkan $\log_5 4.9$ dalam sebutan m dan p .
7. Permudahkan $\log_2 (2x + 1) - 5 \log_4 x^2 + 4 \log_2 x$.
8. Diberi bahawa $\log_2 xy = 2 + 3 \log_2 x - \log_2 y$, ungkapkan y dalam sebutan x .
9. Diberi $\log_2 b = x$ dan $\log_2 c = y$, ungkapkan $\log_4 \left(\frac{8b}{c}\right)$ dalam sebutan x dan y .

10. Kuasa bagi satu bunyi, dalam unit desibel, dihitung menggunakan rumus $d = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{P_0} \right)$


dengan d ialah kuasa bunyi, dalam desibel, P ialah kuasa bunyi, dalam Watt dan P_0 ialah kuasa bunyi paling lemah yang dapat dikesan oleh telinga manusia, dalam Watt yang merupakan suatu pemalar. Di sebuah rumah, sebuah pam air panas mempunyai kadaran bunyi 50 desibel dan kadaran kuasa 10^{-7} Watt manakala sebuah mesin pencuci pinggan mempunyai kadaran bunyi 62 desibel.

- (a) Kira nilai bagi P_0 .
- (b) Cari nisbah kadaran kuasa, dalam unit Watt, bagi mesin pencuci pinggan kepada pam air panas.
- (c) Kuasa bagi satu bunyi yang melebihi 100 Watt dikatakan menyakiti telinga manusia. Nyatakan kuasa minimum bagi satu bunyi, dalam unit desibel, yang dianggap menyakiti telinga manusia.

11. Pertambahan populasi di sebuah negara diberi oleh fungsi $P = 2\,500\,000e^{0.04t}$ dengan t ialah bilangan tahun selepas tahun 2020 dan $e = 2.718$.

- (a) Apakah populasi negara itu pada tahun 2020?
- (b) Apakah populasi negara itu pada tahun 2030?
- (c) Pada tahun berapakah populasi negara tersebut melebihi 50 000 000?

APLIKASI INDEKS, SURD DAN LOGARITMA

A green pencil is positioned diagonally across the image, pointing towards the bottom left. In the background, there is a graph showing several logarithmic curves for different bases: $b=1.6$, $b=2$, $b=2.7$, and $b=5$. The curves all pass through the point (1, 1). Below the graph, two mathematical identities are written: $\log_b b = 1$ and $\log_b 1 = 0$.

$\log_b b = 1$
 $\log_b 1 = 0$

Contoh 35

APLIKASI MATEMATIK

Ahli entomologi mendapati bahawa wabak gangguan belalang terhadap tanaman tersebar seluas $A(n) = 1\,000 \times 2^{0.2n}$ ekar, dengan n ialah bilangan minggu selepas pemerhatian awal dibuat.

- (a) Cari luas asal kawasan wabak.
- (b) Cari luas kawasan wabak setelah
 - (i) 5 minggu,
 - (ii) 10 minggu.
- (c) Berapakah masa yang diambil untuk wabak itu merebak ke kawasan seluas 8 000 ekar?



Penyelesaian

1. Memahami masalah

- ◆ Diberi rumus $A(n) = 1\,000 \times 2^{0.2n}$
- ◆ $n = 0, n = 5, n = 10$
- ◆ $A = 8\,000$ ekar

2. Merancang strategi

- ◆ Gantikan nilai n ke dalam rumus yang diberi.
- ◆ Gantikan nilai A ke dalam rumus yang diberi.

3. Melaksanakan strategi

$$(a) A(n) = 1\,000 \times 2^{0.2n}$$

$$\begin{aligned} A(0) &= 1\,000 \times 2^{0.2(0)} \\ &= 1\,000 \times 1 \\ &= 1\,000 \text{ ekar} \end{aligned}$$

$$(b) (i) A(n) = 1\,000 \times 2^{0.2n}$$

$$\begin{aligned} A(5) &= 1\,000 \times 2^{0.2(5)} \\ &= 1\,000 \times 2^1 \\ &= 2\,000 \text{ ekar} \end{aligned}$$

$$(ii) A(n) = 1\,000 \times 2^{0.2n}$$

$$\begin{aligned} A(10) &= 1\,000 \times 2^{0.2(10)} \\ &= 1\,000 \times 2^2 \\ &= 4\,000 \text{ ekar} \end{aligned}$$

$$(c) 8\,000 = 1\,000 \times 2^{0.2n}$$

$$2^{0.2n} = 8$$

$$2^{0.2n} = 2^3$$

$$0.2n = 3$$

$$n = 15$$

Maka, masa untuk wabak itu merebak ke kawasan seluas 8 000 ekar ialah 15 minggu.

4. Membuat refleksi

(a) Apabila $A = 1\ 000$,

$$1\ 000 = 1\ 000 \times 2^{0.2n}$$

$$2^{0.2n} = 1$$

$$0.2n \log 2 = \log 1$$

$$n = \frac{\log 1}{0.2 \times \log 2}$$

$$n = 0 \text{ minggu}$$

(b) (i) Apabila $A = 2\ 000$,

$$2\ 000 = 1\ 000 \times 2^{0.2n}$$

$$2^{0.2n} = 2$$

$$0.2n \log 2 = \log 2$$

$$n = \frac{\log 2}{0.2 \times \log 2}$$

$$n = 5 \text{ minggu}$$

(ii) Apabila $A = 4\ 000$,

$$4\ 000 = 1\ 000 \times 2^{0.2n}$$

$$2^{0.2n} = 4$$

$$0.2n \log 2 = \log 4$$

$$n = \frac{\log 4}{0.2 \times \log 2}$$

$$n = 10 \text{ minggu}$$

(c) Apabila $n = 15$,

$$A = 1\ 000 \times 2^{0.2(15)}$$

$$= 8\ 000 \text{ ekar}$$

Latih Diri 4.14

1. Seorang pekebun memantau serangan serangga terhadap tanaman di kebunnya. Dia mendapati bahawa serangan serangga terhadap luas tanaman diberi oleh persamaan $A = 1\,000 \times 2^{0.7n}$ hektar, dengan n ialah bilangan minggu selepas minggu pertama pemantauan dibuat. Berapakah tempoh masa yang diambil oleh serangga untuk menyerang kawasan seluas 5 000 hektar?
2. Arus elektrik yang mengalir dalam satu litar elektrik, t saat selepas suisnya ditutup diberi oleh $I = 32 \times 4^{-t}$ amp.
 - (a) Berapakah arus yang mengalir ketika suisnya ditutup?
 - (b) Berapakah arus yang mengalir selepas
 - (i) 1 saat?
 - (ii) 2 saat?
 - (c) Berapakah masa yang diambil untuk arus mencapai 0.5 amp?



Latihan Intensif 4.4

Imbas kod QR atau layari bit.ly/31bpUoG untuk kuiz



1. Encik Ramasamy menyimpan wang sebanyak RM1 000 dalam sebuah bank. Jumlah wang itu meningkat mengikut persamaan $W = 1\,000(1.09)^t$ selepas t tahun. Hitung
 - (a) jumlah wang selepas 5 tahun,
 - (b) masa, t , dalam tahun jumlah wang meningkat daripada RM1 000 kepada RM1 200.
2. Baki jisim bahan radioaktif uranium selepas t tahun diberi oleh $W(t) = 50 \times 2^{-0.0002t}$ gram, dengan $t \geq 0$.
 - (a) Cari jisim asal uranium tersebut.
 - (b) Cari masa yang diperlukan untuk jisim uranium berbaki 8 gram.
3. Jisim, J suatu bakteria dalam tempoh t , iaitu masa, dalam jam diberi oleh $J = 25 \times e^{0.1t}$ gram.
 - (a) Tunjukkan bahawa masa untuk jisim bakteria mencapai 50 gram ialah $10 \ln 2$ jam.
 - (b) Cari masa itu tepat kepada dua tempat perpuluhan.

TAMAT

